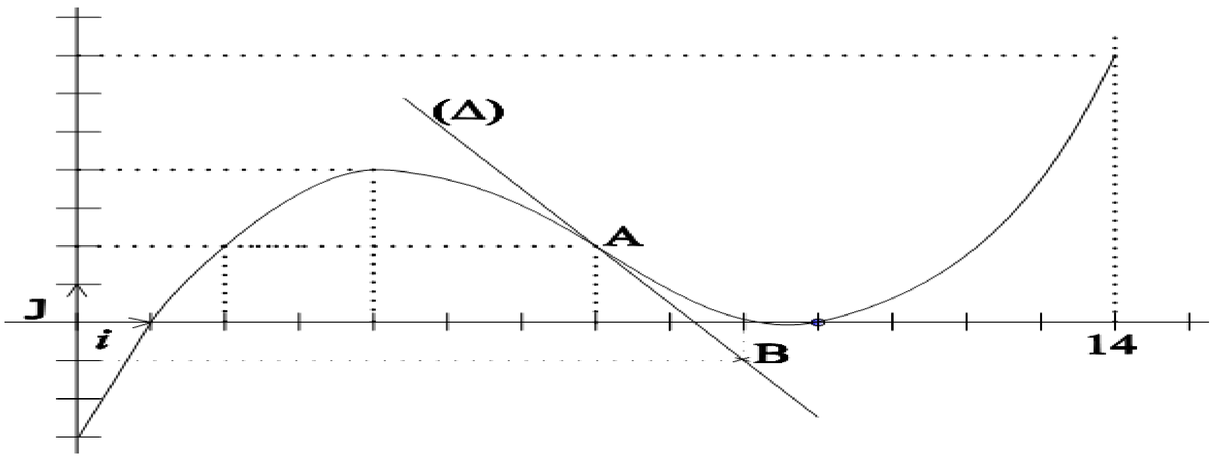
الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية
مؤسسة التربية و التعليم الخاصة سليم
ETABLISSEMENT PRIVE D'EDUCATION ET D'ENSEIGNEMENT SALIM
ECOLE SALIM
www.ets-salim.com 021 87 10 51 021 87 16 89 Hai Galloul - bordj el-bahri alger
إعتماد رقم 67 بتاريخ 06 سبتمبر 2010 تحضيري- ابتدائي- متوسط - ثانوي رخصة فتح رقم 1088 بتاريخ 30 جانفي 2011

المستوى: (3ASGE) العام الدراسي 2015/2014	
اختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات	المدة: 3سا30د

التمرين 01: (4ن)

f دالة معرفة على المجال $[0,14]$. (Cf) هو المنحنى البياني الممثل لها في معلم متعامد و متجانس (o,i,j) في الشكل أدناه



A- بقراءة بيانية:

1. شكل جدول تغيرات الدالة f
2. عين إشارة $f(x)$. أحسب $f(4)$ ، $f\,`(4)$ و $f(10)$
3. حل بيانيا المعادلة: $f(x)=2$ و المتراجحة $f(x)<2$
4. عين $f(7)$ و $f\,`(7)$ ثم أكتب معادلة المستقيم (Δ) ، كيف تسمى النقطة A ؟

B- نعتبر الدالة g كما يلي: $g(x)=\frac{1}{f(x)}$ حيث f هي الدالة السابقة.

1. عين مجموعة تعريف الدالة g
2. عبر عن $g\,`(x)$ بدلالة $f(x)$ و $f\,`(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة g

حي قعلول –برج البحري– الجزائر
Web site : www.ets-salim.com /021.87.16.89 : الفاكس- Tel-Fax : 021.87.10.51 :

التمرين 02: (5ن)

لتكن (U_n) متتالية عددية معرفة على المجموعة N بـ: $U_0 = 6$ وَ بالعلاقة التراجعية:

$U_{n+1} = \frac{1}{4} U_n + 3$ من أجل كل عدد طبيعي n.

1) أحسب U_1 ، U_2 ، U_3 .
2) برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n فإنّ: $U_n \geq 4$.
3) بيّن أنّ (U_n) متتالية متناقصة. هل (U_n) متتالية متقاربة ؟ عيّن نهايتها.
4) نعتبر المتتالية العددية (V_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ: $V_n = U_n - 4$
   أ) بيّن أنّ المتتالية (V_n) هندسية يطلب تعيين أساسها q وَ حدّها الأوّل V_0.
   ب) أكتب عبارة الحدا العام V_n بدلالة n ثم أحسب $\lim_{n\to+\infty} V_n$
   ت) برهن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n، $U_n = 2\left(\frac{1}{4}\right)^n + 4$ ثم أحسب $\lim_{n\to+\infty} U_n$.
   ث) أحسب بدلالة n المجموع : $S_n = U_0 + U_1 + .. + U_n$

التمرين 03 (07ن):

نعتبر الدالة f للمتغير الحقيقي x المعرفة كما يلي : $f(x)= \frac{4x^2-5x}{2x^2-5x+2}$

(Cf) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس (o,i,j)

1- تحقق أن f معرفة على $D= R -\{\frac{1}{2}, 2\}$

2- عين الأعداد الحقيقية c,b,a بحيث من أجل كل عدد حقيقي x من D: $f(x)= a + \frac{b}{2x-1} + \frac{c}{x-2}$

3- أحسب نهايات الدالة f عند أطراف D

أكتب معادلة لكل من المستقيمات المقاربة للمنحنى (Cf).

4- أدرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

5- أكتب معادلة مماس المنحنى (Cf) عند النقطة التي فاصلتها 0.

6- عين إحداثيات نقطتي تقاطع المنحنى (Cf) و حامل محور الفواصل. أرسم (Cf) في المعلم السابق.

التمرين 04 (04ن):

الجدول التالي يمثّل أرباح شركة مختصة في صناعة الآلات الزراعية:

السنوات	2005	2006	2007	2008	2009	2010
رتبة السنة	0	1	2	3	4	5
الأرباح (ملوين دينار)	64	75	100	113	125	127

1) أ) مثّل سحابة النقط للسلسلة $(x_i ; y_i)$ في معلم متعامد(على محور الفواصل 2 cm لكل رتبة وَ على محور التراتيب 1 cm لكل 10 وحدات).

ب) أحسب إحداثيات النقطة المتوسطة G، ثم علّمها في المعلم.

2) أعط معادلة مستقيم الانحدار (D) بالمربعات الدنيا. أرسم (D).

ما هي أرباح الشركة المتوقعة سنة 2012 ؟

حي قعلول –برج البحري– الجزائر
Web site : www.ets-salim.com /021.87.16.89 : الفاكس- Tel-Fax : 021.87.10.51 :☏

تصحيح إختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات	المدة: 3سا30د

التمرين 01:

x	0		4		10		14
$f`(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	-3	↗	4	↘	0	↗	7

0,75 نقطة

2- إشارة $f(x)$: 0,5 نقطة

x	0		1		10		14
$f(x)$		-	0	+	0	+	

$f(4) = 4$ 0,25 نقطة ، $f`(4)= 0$ 0,25 نقطة ، $f(10)= 0$ 0,25 نقطة

3- $f(x)= 2$ تقبل 3 حلول $x_1= 2$, $x_2= 7$, $x_3\approx 12$ 0,5 نقطة

$f(x)$ على $]0,2[\cup]7,12[$ 0,5 نقطة

4- $f(7)= 2$ و 0,25 نقطة

$f`(7)= \frac{y_B-y_A}{x_B-x_A} = -\frac{3}{2}$ 0,25 نقطة

كتابة معادلة المستقيم (Δ): عند $\gamma= 16$

$y= -\frac{3}{2}x + \frac{25}{2}$ 0,5 نقطة

تسمى النقطة A نقطة إنعطاف للمنحنى (C) 0,25 نقطة

-B

1- نضع $f(x) \neq 0$ و $D= \mathbb{R} - \{1,10\}$ 0,25 نقطة

$g`(x)= -\frac{f`(x)}{[f(x)]^2}$ 0,25 نقطة

0,25 نقطة

إشارة $g`(x)$ هي عكس إشارة $f`(x)$

x	0	1	4	10	14

$g`(x)$	-	-	0	+	-	
$g(x)$	$-\frac{1}{3}$ ↘ $-\infty$	$+\infty$ ↘	$\frac{1}{4}$	↗ $+\infty$	$+\infty$ ↘ 1	

$g(0)= \frac{1}{f(0)} = -\frac{1}{3}$

$\lim_{x\to1^-} f(x) = 0^-$, $\lim_{x\to1^-} g(x) = -\infty$

$\lim_{x\to1^+} f(x) = 0^+$, $\lim_{x\to1^+} g(x) = +\infty$ 0,5 نقطة

$g(4)= \frac{1}{f(4)} = \frac{1}{4}$, $g(14)= \frac{1}{f(14)} = \frac{1}{7}$

التمرين الثاني: (6 نقاط)

$U_0 = 6$ $\qquad U_{n+1} = \frac{1}{4} U_n + 3$

(1 $U_1 = \frac{1}{4} U_0 + 3 = \frac{1}{4} \times 6 + 3 = \frac{9}{2}$ 0,25

$U_2 = \frac{1}{4} U_1 + 3 = \frac{1}{4} \times \frac{9}{2} + 3 = \frac{33}{8}$ 0,25

$U_3 = \frac{1}{4} U_2 + 3 = \frac{1}{4} \times \frac{33}{8} + 3 = \frac{129}{32}$ 0,25

(2 برهن من أجل كل n من N $U_n \geq 4$

نتحقق من صحة الخاصية من أجل n = 0 $U0 \geq 4$ 01

وَ $U_0 = 6$ إذن P(0) صحيحة

نفرض أنّ $U_n \geq 4$ وَ نبين أنّ $U_{n+1} \geq 4$

لدينا $U_n \geq 4$ ؛ $\frac{1}{4} U_n \geq 1$ وَ منه: $\frac{1}{4} U_n + 3 \geq 4$

أي $U_{n+1} \geq 4$

وَ منه من أجل كل n من N $U_n \geq 4$

(3 (U_n) متناقصة

$Un+1 – Un = –\frac{3}{4} Un + 3$

$= – 3 (\frac{1}{4} Un – 1)$ 0,75

لدينا $U_n \geq 4$ أي $\frac{1}{4} U_n – 1 \geq 0$

وَ منه $U_{n+1} – U_n \leq 0$

إذن (U_n) متناقصة

بما أنّ (U_n) متناقصة وَ محدودة من الأسفل بـ: 4 إذن فهي متقاربة. 0,5

$\lim_{n\to+\infty} U_n = 4$

(4 أ) $V_n = U_n – 4$ 0,25

$V_{n+1} = U_{n+1} – 4 = \frac{1}{4} U_n + 3 – 4$

0,75 $V_{n+1} = \frac{1}{4} U_n - 1 = \frac{1}{4}(U_n - 4) = \frac{1}{4} V_n$

إذن (V_n) هندسية آساسها $\frac{1}{4}$ وَ حدّها $V_0 = 2$

ب) $V_n = V_0 . q^n$ أي أنّ $V_n = 2 . \left(\frac{1}{4}\right)^n$

0,25 0,25 $\lim_{n\to+\infty} V_n = 0$

جـ) $V_n = U_n - 4$ إذن $U_n = V_n + 4$

إذن $U_n = 2 . \left(\frac{1}{4}\right)^n + 4$ ؛ $\lim_{n\to+\infty} U_n = 4$

د) $S_n = U_0 + U_1 + \ldots + U_n$

$S_n = V_0 + V_1 + \ldots + V_n + U_{(n+1)}$

$$S_n = V_0 . \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q} + 4(n+1)$$

$$S_n = 2 . \frac{1 - \left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}}{1 - \frac{1}{4}} + 4(n+1)$$

$$= 2 . \frac{1 - \left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}}{\frac{3}{4}} + 4(n+1)$$

0,5 $$S_n = \frac{8}{3}\left(1 - \left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}\right) + 4(n+1)$$

التمرين الثالث: 9 نقاط

$$f(x) = \frac{4x^2 - 5x}{2x^2 - 5x + 2}$$

نضع $2x^2 - 5x + 2 = 0$ و منه $\Delta = 9$

للمعادلة حلان: $x_1 = \frac{1}{2}$, $x_2 = 2$

$D = \Re - \{\frac{1}{2}, 2\}$ 0, 5نقطة

$$f(x) = a + \frac{b}{2x-1} + \frac{c}{x-2} -2$$

$$f(x) = \frac{2\,ax^2 + x\,(-5a + b + 2c) + 2\,a - 2b - c}{(2x-1)(x-2)}$$

$$\begin{cases} 2a = 4 \\ -5a + b + 2c = -5 \\ 2a - 2b - c = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \\ c = 2 \end{cases}$$ 1 نقطة

$\lim_{x \to \pm\infty} f(x) = 2$

$\lim_{x \to \frac{1}{2}+} f(x) = \lim_{x \to \frac{1}{2}+} \frac{1}{2x-1} = +\infty$ نقطة0, 75

$\lim_{x \to \frac{1}{2}-} f(x) = \lim_{x \to \frac{1}{2}-} \frac{1}{2x-1} = -\infty$

$\lim_{x \to 2+} f(x) = \lim_{x \to 2+} \frac{1}{2x-1} = +\infty$ نقطة0, 75

المنحنى (Cf) يقبل 3 مستقيمات مقاربة : $y=2$,$x= 2$, $x= \frac{1}{2}$ نقطة0, 75

-4 $f`(x) = -\frac{2}{(2x-1)^2} - \frac{2}{(x-2)^2}$ 1 نقطة

$f`(x)<0$ من أجل كل $x \in \Delta$ و f متناقصة تماما على كل مجال من Df

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$		2		$+\infty$
$g`(x)$	-	‖	-	‖	-	
$g(x)$	2 ↘ $-\infty$	‖	$+\infty$ ↘ $-\infty$	‖	$+\infty$ ↘ 2	

-5 معادلة المماس:

$y = f`(0)(x - 0) + f(0)$ 1 نقطة

$y = -\frac{5}{2}x$

-6 تقاطع $(x`x)$ و (Cf)

نضع $y=0$ ومنه $x(4x - 5) = 0$ 0.75 نقطة

$A\left(\frac{5}{4}, 0\right)$, $O(0,0)$

الرسم: 1 نقطة

التمرين 04: (04 نقاط)

تمثيل السحابة 0.5

تمثيل النقطة G 0,5

ب) $\bar{x} = \frac{0+1+2+3+4+5}{6} = 2,5$

$\bar{y} = \frac{64+75+100+113+125+127}{6} = 100,66$

G (2,5 ; 100,66) 2 x 0,5

$a = 13,66$ ؛ b = 66,52

y = 13,66 x + 66,52 1

y = 13,66 x 7 + 66,52 = 162,14

162,14 هي الأرباح المقدرة سنة 2012. 01